В частности, равенство в теореме 2 достигается в пределе для узких прямоугольников со сторонами a и b, где $b/a \to$ $\to 0$. Неравенство (5) является аналогом неравенства Г. Полиа и Г. Сегё, а (6) – аналогом неравенства Е. Макаи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Салахудинов Р. Г. *Введение в геометрическую теорию изопериметрических неравенств, I.* – Казань: КФУ, 2013. – 100 с.

2. Салахудинов Р. Г. *Изопериметрические свойства евклидовых граничных моментов односвязной области* // Изв. вузов. Матем. – 2013. – № 8. – С. 66–79.

3. Полиа Г., Сегё Г. *Изопериметрические неравенства в математической физике.* – М.: Физматгиз, 1962. – 336 с.

4. Makai E. *On the principal frequency of a membrane and the torsional rigidity of a beam* // Studies in Math. Analysis and Related Topics.– Stanford University Press, 1962. – P. 227–231.

А. А. Горшков

Нижегородский национальный исследовательский университет им. Н.И. Лобачевского,

tiger-nn@mail.ru

УСТОЙЧИВЫЙ СЕКВЕНЦИАЛЬНЫЙ ПРИНЦИП ЛАГРАНЖА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Особенностью задач оптимизации является их возможная некорректность [1], которая выражается в несуществовании классических решений и неустойчивости этих решений в зависимости от возмущений исходных данных. Устойчивый принцип Лагранжа в секвенциальной форме на основе метода двойственной регуляризации [2] позволяет решать некорректные задачи. Отличие секвенциального подхода от классических методов [3] заключается в переходе с языка оптимальных элементов на язык минимизирующих последовательностей [4].

В работах [1], [2] метод двойственной регуляризации рассматривался в гильбертовом пространстве. Однако в некоторых конкретных оптимизационных задачах возникает необходимость использования равномерно выпуклого банахова пространства в качестве несущего пространства допустимых элементов исходной оптимизационной задачи.

В докладе приводится пример задачи оптимального управления с функциональными ограничениями для линейного параболического уравнения в дивергентной форме. Ее особенностью является то, что функционалы, задающие ограничения типа равенства и неравенства определяются посредством значений решения параболического уравнения в некотором дискретном наборе точек, возможно и граничных, области изменения независимых переменных начально-краевой задачи. Последнее обстоятельство требует погружения множества допустимых элементов в рефлексивное, а именно, в равномерно выпуклое банахово пространство суммируемых с p-й степенью, $2 < p < +\infty$, функций.

Отмеченная выше задача может быть сведена к задаче выпуклого программирования, следующего вида:

$$f^0(z) \to \min,\ A^0 z = h^0,\ g_i^0(z) \leqslant 0,\ i = 1, ..., m,\ z \in D \subset Z, \quad (1)$$

где $f^0 : D \to R$ – липшицевый строго равномерно выпуклый непрерывный функционал, $A^0 : Z \to H$ – линейный непрерывный оператор, $g_i^0 : D \to R$, $i = 1, ..., m$, – липшицевы выпуклые функционалы, $g^0(z) \equiv (g_1^0(z), ..., g_m^0(z))^*$, $h^0 \in H$, – заданный элемент, D – выпуклое замкнутое ограниченное множество, Z, H – рефлексивные пространства.

Для задачи (1), а следовательно, и для оптимизационных задач, сводящихся к ней, может быть получен устойчивый секвенциальный принцип Лагранжа, который является устойчивым по отношению к ошибкам исходных данных, более того, при определенных естественных условиях на исходные данные задачи сильно сходится к ее решению. При этом отсутствие в исходной и возмущенной задачах седловой точки функционала Лагранжа никоим образом не влияет на эту сходимость.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 12-01-00199-а, № 13-07-97028-р_поволжье_а, № 13-02-12155-офи_м), Министерства образования и науки РФ в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности в 2014–2016 гг. (шифр заявки 1727), а также при поддержке гранта в рамках соглашения от 27 августа 2013 г. № 02.B.49.21.0003 между Министерством образования и науки РФ и Нижегородским госуниверситетом им. Н. И. Лобачевского.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сумин М. И. *Регуляризация в линейно выпуклой задаче математического программирования на основе теории двойственности* // Журн. вычисл. матем. и мат. физ. – 2007. – Т. 47. – № 4. – С. 602–625.

2. Сумин М. И. *Об устойчивом секвенциальном принципе Лагранжа в выпуклом программировании и его применении при решении неустойчивых задач* // Тр. Ин-та матем. и мех.

УрО РАН. – 2013. – Т. 19. – № 4. – С. 231–240.

3. Алексеев В. М., Тихомиров В. М., Фомин С. В. *Оптимальное управление.* – М.: Наука, 1979. – 432 с.

3. Варга Дж. *Оптимальное управление дифференциальными и функциональными уравнениями.* – М.: Наука, 1977. – 624 с.

Р. К. Губайдуллина

Казанский (Приволжский) федеральный университет,

grenata@mail.ru

О ПРИБЛИЖЕННОМ РЕШЕНИИ ОДНОГО КЛАССА НЕЛИНЕЙНЫХ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассматривается нелинейное сингулярное интегральное уравнение вида

$$K(u) \equiv a(x)u(x) + \int\limits_D \frac{f(\theta)h(x,y,u(y))}{|x-y|^2} dy = g(x), \quad \theta = \frac{x-y}{|x-y|}, \quad (1)$$

где D – круг единичного радиуса с центром в начале координат, $x = (x_1, x_2)$, $y = (y_1, y_2) \in D$ – его точки, $|x-y|$ – евклидово расстояние между этими точками, функции $a(x) \in \in C(D)$, $g(x) \in L_2(D)$ – данные, $u(x) \in L_2(D)$ – искомая; характеристика $f(\theta) \in L_1[0, 2\pi]$ удовлетворяет необходимому и достаточному условию существования сингулярного интеграла из (1) в смысле главного значения [1]:

$$\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(\theta) d\theta = 0,$$